

Arbeitsgruppe Algebra und Geometrie

Prof. Detlev Hoffmann

TU Dortmund

5. Juni 2019

Mitarbeiter der AG Algebra und Geometrie

- Prof. Dr. Detlev Hoffmann (Quadratische Formen und angrenzende Gebiete der Algebra) Mitarbeiter:
 - Dr. Marco Sobiech, Akad. Rat a. Zt.
 - Nico Lorenz, Doktorand
 - Kristýna Zemková, Doktorandin
- Prof. Dr. Daniel Plaumann (Reelle Algebraische Geometrie, Anwendungen der Algebra)
- Prof. Dr. Franz Kalhoff (Kombinatorische Geometrie, Matroidtheorie)

Typischer Studienverlauf auf der “Algebra-Schiene”

- Lineare Algebra 1 & 2
- Algebra 1 (WS, typischerweise 3.Studiensemester im Anschluss an LinA 2): Grundlagen aus der Gruppentheorie, der Ringtheorie und der Körpertheorie.
- Algebra 2 (SS, typischerweise 4.Studiensemester im Anschluss an Algebra 1): Vertiefung einer Anzahl von Themen aus der Gruppentheorie, der Ringtheorie und der Körpertheorie.
- Spezialvorlesung (WS oder SS, typischerweise ab 5.Studiensemester): Theorie der quadratischen Formen, Algebraische Geometrie
- Algebra-Seminar (typischerweise auf Algebra 2 oder eine Spezialvorlesung folgend)
- weitere Spezialvorlesungen: Themen aus der Kodierungstheorie, algebraische Kombinatorik, Matroidtheorie
- Oberseminar Algebra und Geometrie (für Masterstudierende und Doktoranden)

Beispiele für Masterthemen (Hoffmann)

Ein breites Angebot an individuell abgestimmten Bachelor/Masterthemen (auch für Lehramt), z.B. in letzter Zeit

- Quadratische Formen in Charakteristik 2 unter Körpererweiterungen (Master)
- Theorie der Polynome, die quadratische Formen annullieren (Master)
- Milnor K -Theorie und der Satz von Merkurjev (Master)
- Biquaternionenalgebren und Space-Time-Block-Codes (Master LA)
- Darstellungsanzahlen natürlicher Zahlen als Summen von Quadraten (Master LA)
- Darstellung binärer quadratischer Formen über \mathbb{Z} als Summe von Quadraten von Linearformen nach Mordell (Master)

Beispiele für Bachelorthemen (Hoffmann)

- -1 als Summe von geraden Potenzen in einem Ring oder Körper (Bach)
- van der Waerdens Theorem über die Existenz von arithmetischen Progressionen in gefärbten Zahlintervallen (Bach)
- Orthogonale Lateinische Quadrate und endliche projektive Ebenen und deren Konstruktionen (Bach)
- Existenz von Involutionen auf zentral-einfachen Algebren (Bach)
- Die mathematische Theorie von Sudokus (Bach)
- Summen von Quadraten von Matrizen (Bach)
- Turniergraphen (Bach)
- Die Automorphismen der symmetrischen und der alternierenden Gruppe S_n und A_n (Bach LA)
- Ein Problem von Ulam zur Optimierung einer Strategie in einem Frage-Antwort-Spiel (Bach LA)
- Der Satz von Hajos (ein Satz über endliche abelsche Gruppen) und dessen Anwendung in der mathematischen Musiktheorie (Bach LA)

- Algebra 1 (Bach)/Algebra & Zahlenth. (Bach LA), 4+2: Kalhoff
- Algebraische Geometrie I, 4+2: Plaumann (Voraussetzung: Algebra 1/2)
- Algebraische Kombinatorik, 4+2, Hoffmann (Voraussetzung: Algebra 1)
- Seminar Algebra & Zahlentheorie (Bach LA): Hoffmann
- Proseminare Lineare Algebra: Elementargeometrie (Bach LA)
- ...

Vorlesung (4+2): Algebraische Kombinatorik

Dozent: Hoffmann

- Grundlagen der Graphentheorie, Bäume
- Grundlagen der Ramseytheorie, Ramseyzahlen: Wie groß muß eine mit einer Struktur versehene Menge mindestens sein, sodass man immer eine gewisse Teilmenge einer gegebenen Größe mit einer vorgegebenen “Unterstruktur” finden kann?
- Theorie der Binomialkoeffizienten: z.B. Formeln vom Typ
$$\sum_{k=0}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}$$
- Rekursionsgleichungen: z.B. Fibonacci-Zahlen $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$:
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...
- Inklusions-Exklusionsprinzip: z.B. Wieviele surjektive Abbildungen gibt es von einer n -elementigen Menge in eine m -elementige Menge?

Vorlesung (4+2): Algebraische Kombinatorik

- Erzeugendenfunktionen: z.B.
 $(1+X+X^2+X^3+\dots)(1+X^2+X^4+X^6+\dots)(1+X^5+X^{10}+X^{15}+\dots) = a_0 + a_1X + a_2X^2 + a_3X^3 + \dots$, wobei a_n die Anzahl der Möglichkeiten ist, n Cent Wechselgeld mittels 1ct, 2ct und 5ct Münzen zusammenzustellen (z.B. $a_{20} = 29$).
- Das Zählen von Bahnen unter Gruppenoperationen, Pólya'sche Abzähltheorie: z.B. Auf wieviele Weisen lassen sich 20 farbige Perlen zu einer (runden, geschlossenen) Perlenkette aufreihen, sodass 10 Perlen rot, 5 Perlen gelb, 3 Perlen grün und 2 Perlen blau sind?
- Bestimmung der Anzahl von Bäumen mit gewissen Eigenschaften: z.B. Bestimmung der Anzahl der Isomere des Alkylalkohols $C_nH_{2n+1}OH$
- Lateinische Quadrate und ihr Zusammenhang mit endlichen projektiven Ebenen: Sudokus sind spezielle Typen lateinischer Quadrate
- Turniergraphen
- ...